

**MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

2008. május 6. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

| Pótlapok száma | |
|----------------|--|
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM**

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat.
2. Az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
3. A megoldások sorrendje tetszőleges.
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegy függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!**
6. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
7. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhet. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
8. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

1. Annyi gyermeke volt egy csizmadiának, mint a rosta lyuka, még eggyel több. A szegény ember éjet és napot eggyé tett, úgy dolgozott, hogy ezt a sok gyermeket eltarthassa, mégis neki Péntek urammal kellett rokonságot tartani, vagyis mindennap böjtölni, hogy napról napra élhessenek.

Történt egyszer, hogy egy gazdag ember sok munkája után neki egy véka lisztet adott. Ahogy megy haza a szegény csizmadia a liszttel, kapja magát a szél, utána megy, s mind elviszi a vékából, ami benne volt, úgyszólván mikor hazaért, csak az üres vékával állított az éhes gyermekek elé.

- Hát ez már mégis csak sok - azt mondja a szegény ember keservében -, én elmegyek, hogy megkérdezzem azt a Szélkirályt, hogy volt szíve elvenni az én kevés lisztemet.

Elindul, s megy hegyen-völgyönkeresztül. Elmegyen hetedhét országon is túl, míg végre elérkezik egy szép mezőségre, s ahogy ezen a mezőségen néz ide is, tova is, meglát feléje közeledni egy forgószelet, mely dühösen sodorja az út porát a magasba. Megretten a szegény csizmadia, lekapja a kalapját, s leborul a földre, hogy ha lehet, megmeneküljön a forgószelet dühétől.

- Köszönd meg - szólalt meg a szél -, hogy megismertél, és tiszteleted nekem, mint Szélkirálynak megtetted, mert különben pórul jártál volna. Hol jársz, mit keresel itt?

- Uram - mondta magához térve a szegény ember -, éppen felségedhez jöttem elégtételt kérni. A minap nagy munkámmal egy véka lisztet szereztem, s amint vittem haza, valami szélúrfi csúfságból mind széthordta, s most a családom otthon éheznek.

- Hagyd el - így szól a Szélkirály -, majd meglakol a gonosz kölyök érte, de addig is téged sem hagyhatlak a kárral. Gyere el hozzám - ezzel elvezette a kastélyába, jól megvendégelte, s megajándékozta egy berbécssel. Azt mondta:

- Ha hazaérkezel, mondd neki: "Rázd meg magad, te berbécs" - egész hónapra való pénzt ráz le magáról. De jól vigyázz, hogy amíg haza nem érkezel, ki ne próbáld.

Búcsút vesz a szegény ember a Szélkirálytól s hazaindul. De a kíváncsiság nem engedte, hogy a berbécset hazáig meg ne próbálja. Alig mondja ki a parancsszót, a berbécs körül a föld telides-teli

lesz arannyal. Nemsokára elérkezik szállására - egy régi ismerőséhez, aki neki komája is volt, s megkéri, nehogy a berbécst az találja mondani: "Rázd meg magad, te berbécs!"

Alig alszik el a szegény csizmadia, a kíváncsi házigazda és a felesége ráparancsol a berbécstre:

- Rázd meg magad, te berbécs!

Hát mikor látják, hogy a föld telides-teli van arannyal, fogják a szegény ember berbécst, s kicserélik a magukéból egy hasonlóval.

Felébred másnap reggel a szegény ember, de nem vette észre a cserét, megköszönte a szállást, s jó reménységgel elment haza. Azt mondja a berbécstnek, mikor haza érkezett:

- Rázd meg magad, te berbécs!

Elmondja a parancsszót tízszer, hússzor, de a berbécs csak nézett a szeme közé, s nem rázta meg magát. Ismét útrakel a szegény csizmadia, nagy haraggal, hogy felkeresse újból a Szélkirályt. Elmegy egyenesen a kastélyába, bejelenti magát, s elpanaszolja sorsát. Azt mondja rá a Szélkirály:

- Ugye, nem fogadtad meg a szavam, te szegény ember, s nem várhoztál a parancsszóval, amíg haza érkezel? Nesze, most adok egy abroszt, ennek csak azt kell mondani: "Terülj meg, te abrosz!", s egyből tele lesz a legjobb ételekkel. De vigyázz, hazáig meg ne próbáld!

De bizony a szegény ember most sem állotta meg, s az abroszt is megpróbálta. Estére kelve az idő, megint a komájához szállt be, s most is azt mondta neki:

- Nehogy azt mondjátok az abrosznak: "Terülj meg, te abrosz!"

A komája és a felesége alig várták, hogy elaludjon, egyből kiadták a parancsszót, s mikor meggyőződtek, hogy milyen értékes abroszt szerzett a szegény ember, azt is kicserélték.

Másnap hazaérkezik a szegény ember, s hát a csuda majd megölte, mert ahogy letette az abroszt az asztalra, azon mód maradott, hiába mondta tízszer is, százszor is: "Terülj meg, te abrosz!" Mit volt mit tenni, csak ráhatározta magát, hogy elmegy még egyszer a Szélkirályhoz. A király már várta, s ahogy megérkezett, megajándékozta egy botocskával, de kikötötte, hogy amíg haza nem érkezik, nehogy a botocskának azt parancsolja, hogy: "Kerekedjél, te botocska, de ugyan jól forgolódjál!"

Vagy volt kíváncsi eddig a szegény ember, vagy nem a másik két ajándék csudálatos tulajdonságaira, de most alig várta, hogy megtudhassa, mi haszna lehet annak a botocskának. Amint tehát egy hegyen túl halad, azt mondja a botocskának:

- Kerekedjél, te botocska, de ugyan jól forgolódjál!

De ugyan megesett neki, mert felpattant a botocska, s elkezd összevissza verni, de úgy, hogy a szegény ember a sok verés miatt már alig állott a lábán. Hát amint a botocska körülötte forgolódni, a legnagyobb ijedelmére még egy ott legelő bika is nekifut. Elkiáltja magát a szegény ember ijedtében a bikának:

- Hök! - hát a botocska nem üti többet. Így tudta meg a szegény az ő botocskájának a hasznát. Újból a drága komájánál szállott meg éjszakára, s ugyan a lelkükre kötötte, hogy nehogy a botocskájának azt találják mondani: "Kerekedjél, te botocska, de ugyan jól forgolódjál!" - mert csúful járnak.

A kománé asszony semmi rosszat nem gyanított. Éjfél tájban felköltötte az emberét.

- Józsi - azt mondja -, jöjjön, próbáljuk meg a botocskát, s ha valami jó lesz, elcseréljük!

Beviszik a szobába a botocskát, bezárkóznak, s maga az asszony mondja neki:

- Kerekedjél, édes botocskám, de ugyan jól forgolódjál! Egyszer nékem, másszor uramnak!

Felpattan erre a botocska, egyszer az egyiket, máskor a másikat püfölni kezdi agyba-főbe.

Úgyhogy mikor a szegény ember a nagy jajgatásra felébredt, már alig-alig volt élet bennük.

Betöri az ajtót a szegény ember, s azt mondja:

- Ugye, megmondtam, hogy ne próbáljanak a botocskámmal, mert a büntetés pálcáját kéri magukra. Mármost tudom, hogy a berbécsemet és az abroszomat is kendtek sikkasztották el. Hát csak üsse kigyelmeteket az a botocska!

- Jaj - azt mondja az asszony -, édes komámuram, ne hagyja, hogy többet verjen, visszaadjuk a berbécset is, az abroszt is.

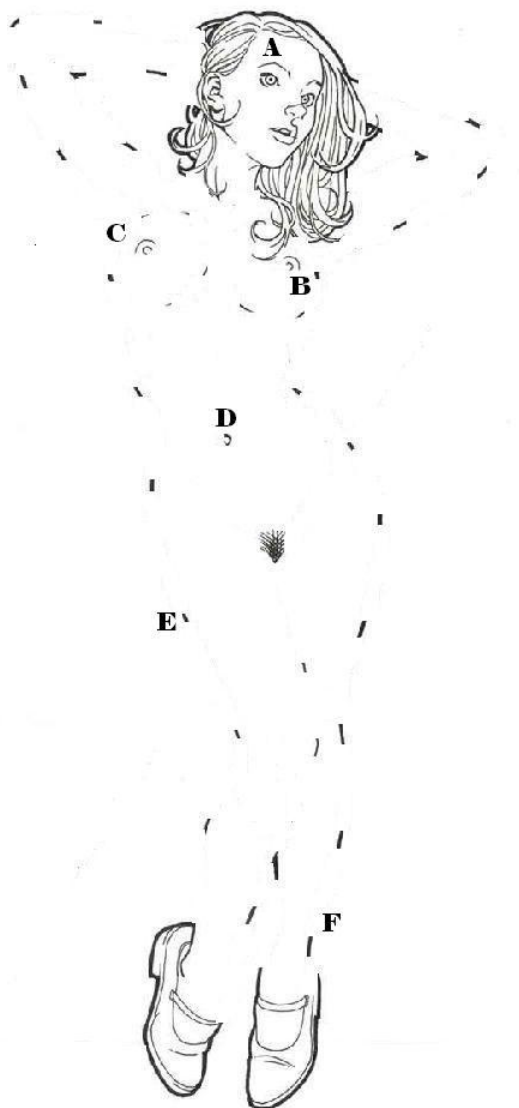
Akkor aztán a szegény ember azt mondta a botocskának:

- Hök!

De bezzeg a komámuram s a kománé asszonyom nem várták meg, hogy újból verekedni kezdjen, futottak, s visszaadták a szegény embernek a berbécset is s az abroszát is. Hazavitte a szegény csizmadia a családjának, s azóta nem látnak szükségét. Ha meg nem haltak, máig is élnek.

A szegény csizmadia és a szélkirály című székely népmeséből idéztünk. Reméljük jól szórakozott, most már folytathatja a feladatokat.

2. Jelölje be a mellékelt „síkidomon” a G pontot!
(segítség: Az ABC egyenlőszárú háromszög Euler-egyenesének, és még legfeljebb 2 másik pontnak a felhasználásával dolgozzon!)
Amennyiben nem találja, adjon meg egy ε sugarú kört, amelyben 90%-os valószínűséggel benne van!



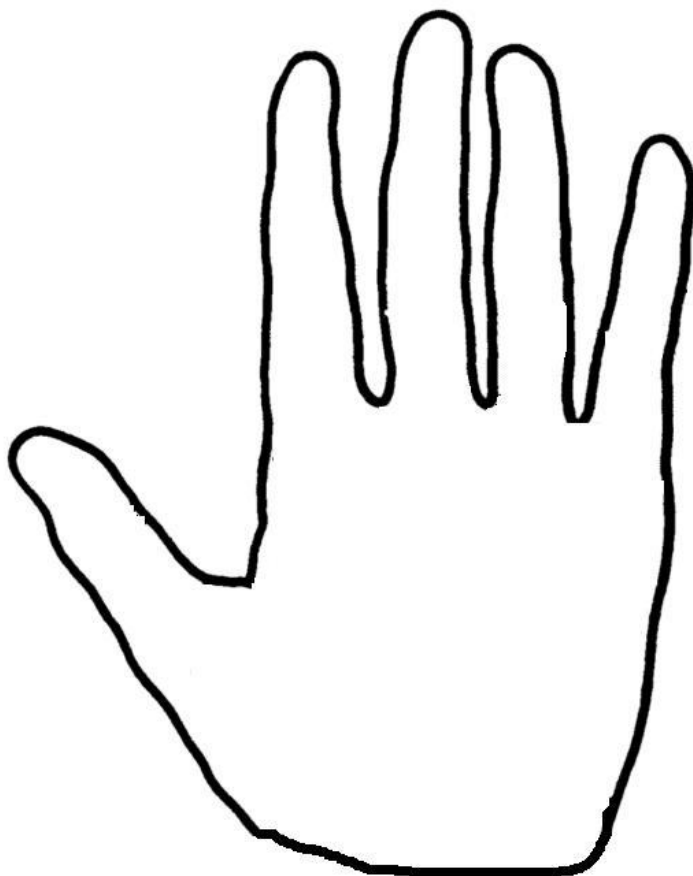
3 pont

3. Helyezze a kezét a lapra!

Most olyát fogtok látni, hogy azt nem fogjátok elfelejteni.

a) Ne drogozz, ne cigizz, ne vedelj!

b) Most lapozzon!



| | |
|---------------|--|
| 3 pont | |
|---------------|--|

4. Amennyiben az ábrán látható kanál meghajlott, becsülje meg a görbület szögét!
Milyen függvénnyel írható le a kanál íve?
*(Amennyiben a feladatlap felemelkedett a levegőbe, forogni kezdett, majd elrepült,
kérjen újat a felügyelőtanártól!)*



| | |
|--------|--|
| 6 pont | |
|--------|--|

5. Árpád szombaton dél előtt egy órával $5000 \times \sin \frac{\pi}{2} + e^{\cos \pi} \times 295000$ deciliteres oxigéntárolót kezdett építeni a kertjében. Sajnos elméretezte a tartályt, és 10-szer akkorára sikeredett, mint eredetileg tervezte. Az objektum nem bírta el a nehéz tartályt, és harmadnapra a mennyezet repedezni kezdett.
- Mikor történt a baleset?
 - Hány literes lett végül a tartály?
 - Kihez fordulhatott segítségért Árpád, és hogy magyarázz...taki?
 - Hány éves Malvin?

| | |
|---------------|--|
| 4 pont | |
|---------------|--|

6. $\sin(x)$

Állításait indokolja! Gondolatmenetét részletesen fejtse ki!

| | |
|---------------|--|
| 5 pont | |
|---------------|--|

7. A következő két feladat közül csak az egyiket kell megoldania!

6/a

Oldja meg az alábbi egyenletrendszert!

$$(dx+2*ty)/5=1$$

$$dx+ty=2^2$$

6/b

Legyen az E euklideszi térnek $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, v_3\}$ ortonormált bázisa és az A önadjungált (szimmetrikus) lineáris transzformációja, amelynek sajátértékei 2 és -2 . Adott továbbá, hogy $\ker(A-2I) = \text{lin}(v_1 + v_2 + v_3, v_1 - v_2)$

Írja fel A mátrixát a \mathcal{V} bázisban!

5 pont

26 pont

| | Maximális pontszám | Elért pontszám |
|---------|-----------------------|-------------------|
| I. rész | 26 | |

javító tanár

Dátum:

| | Elért pontszám | Programba beírt pontszám |
|---------|-------------------|--------------------------------|
| I. rész | | |

javító tanár

jegyző

Dátum:

Dátum: