1. feladat

Eiffel-torony

Az Eiffel-torony Párizs egyik jelképe.

a) Az Eiffel-torony fémszerkezete 7300 tonna tömegű, ami átszámítva

$7{,}3 \cdot 10^{\boxed{}}$ kilogramm.

1) Írja be a hiányzó kitevőt a fenti téglalapba. *[1 pont]*

A tömeg (m) a sűrűség (ρ) és a térfogat (V) szorzata, azaz $m = \rho \cdot V$.

Az Eiffel-tornyot alkotó fém sűrűsége 7800 kg/m^3.

Az Eiffel-torony alapterülete négyzet alakú, melynek oldalhosszússága 125 m.

Képezelje el, hogy az Eiffel-torony fémszerkezetét beolvasztják és egy ugyanekkora alapterületű hasábot öntenek belőle.

2) Számítsa ki ennek a hasábnak magasságát centiméterben. *[2 pont]*

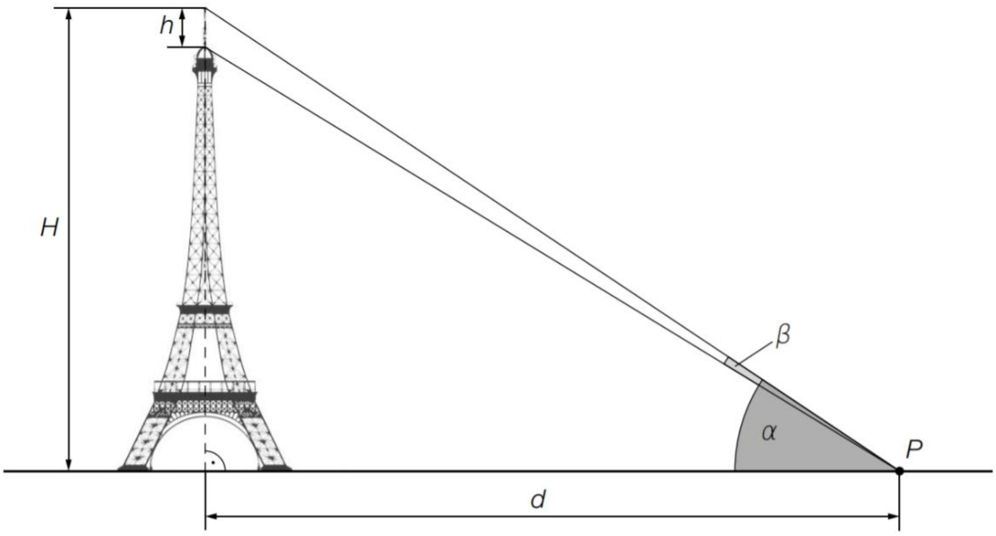
b) 1950-ben mintegy 1 027 000 látogató volt az Eiffel-toronyban, 1980-ban hozzávetőleg 3 594 000.

Azon személyek éves száma, akik látogatást tettek az Eiffel-toronyban, az 1950-től 1980-ig terjedő időszakban megközelítőleg a lineáris b függvénnyel írható le.

t ... Idő, évben megadva, $t = 0$ 1950-ben
$b(t)$ ... Azon személyek éves száma, akik látogatást tettek az Eiffel-toronyban, a t időpontban

1) Határozza meg a b függvény egyenletét. $t = 0$-nak válassza az 1950-es évet. *[1 pont]*

c) A H méter magas Eiffel-torony legmagasabb pontját a P pontból az α magassági szög alatt látni, a h méter hosszúságú legfelső részt pedig a β látószög alatt (lásd következő ábra).



1) Egészítse ki a következő mondatot a helyes mondatrészek megjelölésével úgy, hogy igaz állítás jöjjön létre. *[Kiegészítendő szöveg]* *[1 pont]*

A ___①___ magasságot a ___②___ kifejezés adja meg.

①	
H	☐
h	☐
$H - h$	☐

②	
$d \cdot \tan(\alpha + \beta)$	☐
$d \cdot \tan(\alpha - \beta)$	☐
$d \cdot \tan(\beta)$	☐

1. feladat

Eiffel-torony

Lehetséges megoldás

a1) $7{,}3 \cdot 10^{\boxed{6}}$ kilogramm

a2) 7300 t = 7300000 kg

A felhasznált fém térfogata m^3-ban: $V = \frac{7\,300\,000}{7\,800} = 935{,}897\ldots$

A hasáb magassága méterben: $h = \frac{935{,}897\ldots}{125^2} = 0{,}059\ldots$

A hasáb hozzávetőleg 6 cm magas lenne.

b1) $b(t) = k \cdot t + d$

$k = \frac{3\,594\,000 - 1\,027\,000}{30} = 85\,566{,}6\ldots$

$d = 1\,027\,000$

$b(t) = 85\,567 \cdot t + 1\,027\,000$ *(meredkség kerekítve)*

c1)

①	
$H - h$	☒

②	
$d \cdot \tan(\alpha - \beta)$	☒

Megoldókulcs

a1) 1 x A1: a kitevő helyes felírásáért

a2) 1 x A2: a helyes első számításért (a hasáb térfogatára vonatkozó képlet helyes alkalmazásáért az adott összefüggésben)

1 x B: a magasság helyes kiszámításáért centiméterben

b1) 1 x A: a függvényegyenlet helyes meghatározásáért

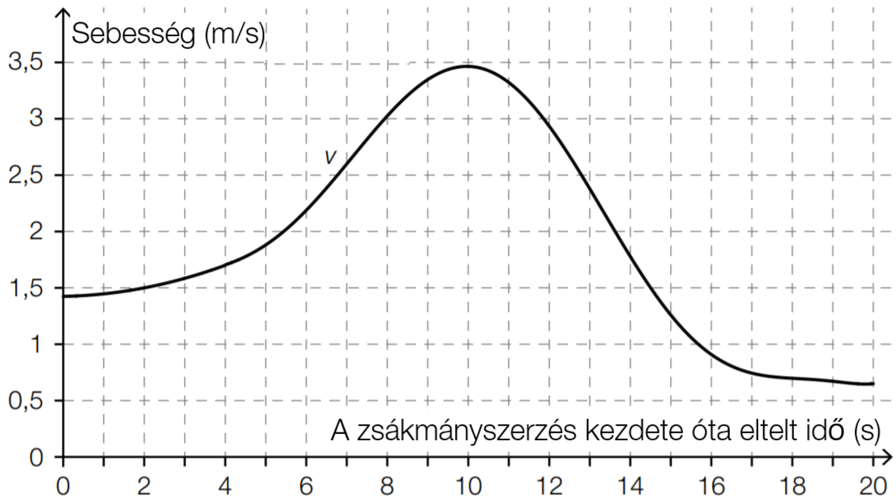
c1) 1 x A: a mondat helyes kiegészítéséért

2. Feladat

A barázdásbálna-félék táplálkozási szokásai

Zsákmányszerzés során a barázdásbálna-félék szélesre nyitott szájjal nagy mennyiségű tengervizet és ezzel együtt zsákmányt nyelnek el. Kutatók ezt a táplálkozási módot figyelik meg. Érzékelők segítségével meghatározzák a barázdásbálna-féle sebességét a zsákmányszerzés során, a szájnyílás méretét és az elnyelt víz össztérfogatát.

a) Egy barázdásbálna-féle sebessége az összesen 20 másodpercig tartó zsákmányszerzés alatt megközelítőleg a *v* függvénnyel írható le (lásd következő ábra).



1) Becsülje meg a zsákmányszerzés alatt megtett út hosszát (*s*).

s ≈ ______________________ m *[1 pont]*

Egy kutató a következőt állítja:
„Ezalatt a zsákmányányszerzés alatt a barázdásbálna-féle 15 km/h-ás maximális sebességet ér el."

2) Bizonyítsa be, hogy ez az állítás hamis. *[1 pont]*

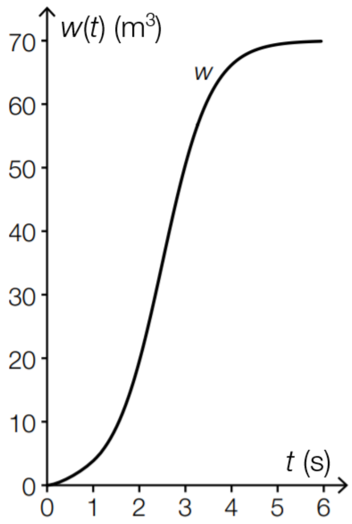
b) Zsákmányszerzés alatt egy barázdásbálna-féle szájnyílásának mérete megközelítőleg az *m* függvénnyel írható le:

$m(t) = \frac{1}{175} \cdot (-17 \cdot t^4 + 204 \cdot t^3 - 922{,}5 \cdot t^2 + 1863 \cdot t)$, ahol $0 \leq t \leq 6$

t ... A száj nyitása óta eltelt idő (s)
m(*t*) ... A szájnyílás mérete a *t* időpontban (m^2)

1) Határozza meg a szájnyílás maximális méretét. *[1 pont]*

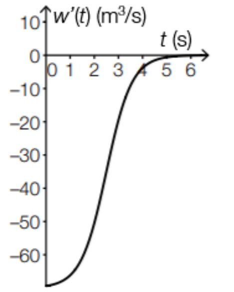
c) A *w* függvény megközelítőleg leírja a víz össztérfogatát, amit egy barázdásbálna-féle egyik zsákmányszerzése során nyel el (lásd következő ábra).



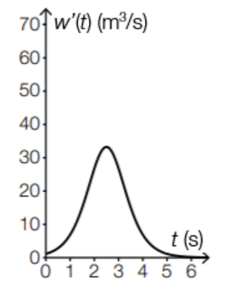
t ... A víz elnyelésének kezdete óta eltelt idő (s)

w(*t*) ... Az elnyelt víz össztérfogata a *t* időpontig (m³)

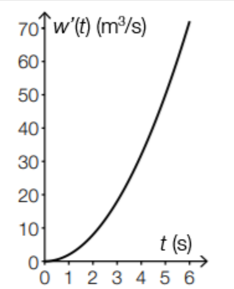
2) Jelölje meg a függvényhez tartozó *w'* deriváltfüggvény grafikonját. *[5-ből 1]* *[1 pont]*



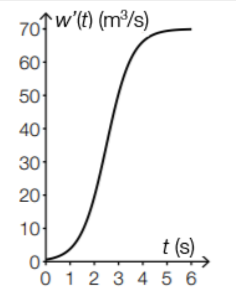
☐



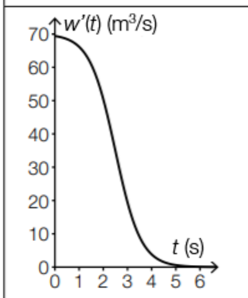
☐



☐



☐



☐

2. Feladat

A barázdásbálna-félék táplálkozási szokásai

Lehetséges megoldás

a1) $s \approx 40$ m

Toleranciaintervallum: [30;50]

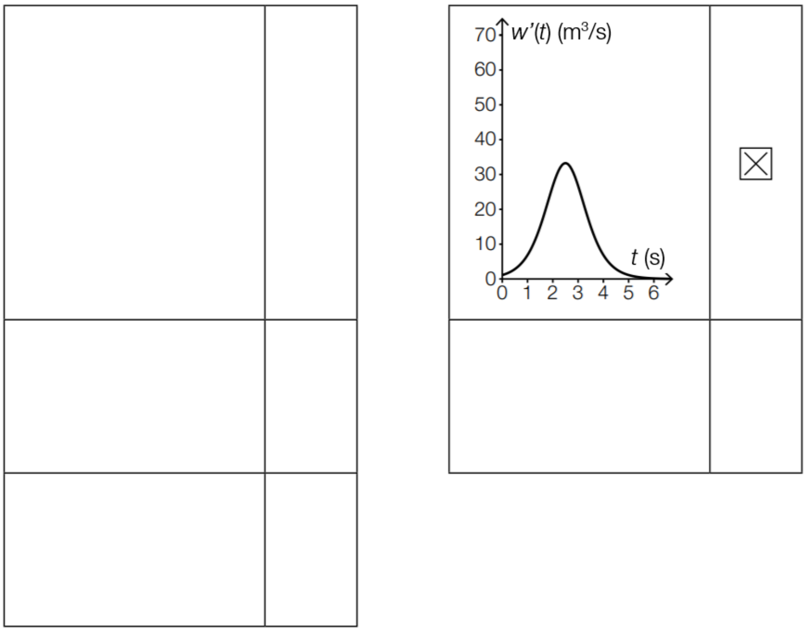
a2) 15 km/h hozzávetőleg 4,3 m/s, az ábrából viszont az következik, hogy a maximális sebesség 3,5 m/s alatt van.

b1) A H csúcspont kiszámítása az adott intervallumban, technológia segítségével:

$m'(t) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad H = (3;8,1)$

A szájnyílás maximális mérete 8,1 m².

c1)



Megoldókulcs

a1) 1 x B: s helyes becsléséért (Toleranciaintervallum: [30;50])
a2) 1 x D: a helyes bizonyításért
b1) 1 x B: a szájnyílás maximális méretének helyes meghatározásáért
c1) 1 x C: a helyes jelölésért

8. Feladat (B-rész)

Raktárcsarnok

Egy vállalkozásnak 180.000 euróra van szüksége egy raktárcsarnok megvásárlásához. Különféle finanszírozási lehetőségeket vizsgálnak meg.

a) A vállalkozás az elmúlt években tartalékokat tudott képezni, amelyek egy pozitív, i kamatláb mellett kamatoztak:
A vállalkozás 4 évvel ezelőtt 50.000 eurót, három évvel ezelőtt pedig 70.000 eurót tudott félretenni.

Azt az X összeget kell meghatározni, ami a raktárcsarnok megvásárlásához ma még hiányzik.

1) Írjon fel egy képletet az X összeg kiszámítására.

X = ______________________________________ *[1 pont]*

2) Számítsa ki az X összeget i = 2,5 % p.a. mellett. *[1 pont]*

b) A vállalkozás finanszírhozhatja a raktárcsarnok megvásárlását egy 180.000 eurós hitelből.

A hitelt negyven negyedéves részletben kell visszafizetni, 1 % p.q. mértékű kamatláb mellett. A részletek a negyedévek végén esedékesek.

1) Számítsa ki egy negyedéves részlet értékét. *[1 pont]*

c) Egy másik hitelajánlat speciális kondíciókat tartalmaz az 1. és 2. évre vonatkozóan.

Ezek a speciális kondíciók láthatók a hiteltáblázatban:

Év	Kamatrész	Tőkerész	Annuitás	Össztartozás
0	- - -	- - -	- - -	180.000 €
1	5.400 €	–5.400 €	0 €	185.400 €
2	5.562 €			180.000 €

1) Határozza meg ezen hitelajánlat éves kamatlábát. *[1 pont]*

2) Indokolja meg a táblázatban levő értékek segítségével, hogy a tőkerész az 1. évben miért negatív. *[1 pont]*

3) Egészítse ki a táblázat 2. évre vonatkozó sorát. *[1 pont]*

8. Feladat (B-rész)

Raktárcsarnok

Lehetséges megoldás

a1) $X = 180\,000 - 50\,000 \cdot (1 + i)^4 - 70\,000 \cdot (1 + i)^3$

a2) $X = 180\,000 - 50\,000 \cdot 1{,}025^4 - 70\,000 \cdot 1{,}025^3 = 49\,427{,}011\ldots$

Egy 49.427,01 euró értékű összeg hiányzik.

b1) $180\,000 = R \cdot \frac{1{,}01^{40}-1}{0{,}01} \cdot \frac{1}{1{,}01^{40}} \quad \Rightarrow \quad R = 5\,482{,}007\ldots$

Egy negyedéves részlet értéke 5.482,01 euró.

c1) $i = \frac{5\,400}{180\,000} = 0{,}03$

Az éves kamatláb 3 %.

c2) A vállalkozás az első évben nem fizet semmit, az annuitás nullával egyenlő. Mivel a kamatrész és a tőkerész összege nulla, a tőkerésznek negatívnak kell lennie.

c3)

Év	Kamatrész	Tőkerész	Annuitás	Össztartozás
2	5.562 €	5.400 €	10.962 €	180.000 €

Megoldókulcs

a1) 1 x A: a képlet helyes felírásáért

a2) 1 x B: az *X* összeg helyes kiszámításáért

b1) 1 x B: a negyedéves részlet helyes kiszámításáért

c1) 1 x B1: az éves kamatláb helyes meghatározásáért

c2) 1 x D: a helyes indoklásért

c3) 1 x B2: a második évre vonatkozó sor helyes kiegészítéséért

---

Érettségi feladatok a 2020.05.28-i osztrák, alkalmazott matematika érettségiből

(Haupttermin 2019/20 – Angewandte Mathematik (BHS) – W 1 (HUM/HLFS))

Az feladatlapon 2020.05.05-i dátum szerepel, de a vizsga ténylegesen 2020.05.28-án volt.

Fordította: Baksa István,

Bregenz, 2020.08.04.