**Algebra**

*Elméleti összefoglaló*

*8.o.*

***Algebrai kifejezések, egyenletek***

**Algebrai kifejezés:** Ha a négy alapműveletet számokra és betűkre véges sokszor alkalmazzuk, akkor algebrai kifejezést kapunk. Pl.: 6xy+3a

**Változó:** az algebrai kifejezésben szereplő betűk. Pl.: x, y, a

**Együttható:** a változó mellett szereplő szorzószám. Pl.: 6, 3

**Konstans:** változó nélkül a kifejezésben szereplő szám.

**Algebrai egész kifejezés:** Ha az algebrai kifejezésben szereplő törtek nevezőjében nincs változó, akkor algebrai egész kifejezésről beszélünk. Pl.: 3/4·x; 5x

Ha az algebrai kifejezésben van olyan tört, aminek nevezőjében változó szerepel (osztunk a változóval), akkor **algebrai tört kifejezésről** beszélünk. Pl.: 3/x; 2/(1+x)

**Egytagú algebrai kifejezés:** nincs benne összeadás és kivonás.

**Többtagú algebrai kifejezés:** van benne összeadás vagy kivonás.

**Egynemű** két vagy több algebrai kifejezés, ha csak az együtthatójuk különbözik.

**Különnemű** két algebrai kifejezés, ha változójuk, vagy annak kitevője különbözik.

Ha az algebrai kifejezésben a változók helyére konkrét számokat helyettesítünk, és elvégezzük a kijelölt műveleteket, akkor megkapjuk az algebrai kifejezés **helyettesítési értékét**.

**Műveletek algebrai kifejezésekkel:**

**1. Összevonás:** egynemű algebrai kifejezéseket úgy vonunk össze, hogy az együtthatókat összevonjuk, a változókat változatlanul leírjuk. (különneműeket nem vonhatunk össze) Pl.: $2xy-3x+5xy+6x=7xy+3x$

**2. Egytagú kifejezések szorzása (osztása):** Együtthatókat összeszorozzuk (elosztjuk), és a változókat külön-külön összeszorozzuk (elosztjuk) (a változók szorzásánál (osztásánál) az azonos alapú hatványok szorzására (osztására) vonatkozó szabályt alkalmazzuk). Pl.: $3x^{2}y∙4xy=12x^{3}y^{2}$

**3. Többtagú kifejezés szorzása, osztása egytagú kifejezéssel:** A többtagú kifejezés minden tagját külön-külön megszorozzuk, vagy elosztjuk az egytagú kifejezéssel. (az előző szabály szerint) Pl.: $3x∙\left(2+5x\right)=6x+15x^{2}$

**4. Kiemelés:** Egy többtagú kifejezést kiemeléssel szorzattá alakíthatunk, ha minden tagjában előfordul ugyanaz a tényező (a tagoknak van közös osztója) Pl.: $6xy+15x=3x\left(2y+5\right)$

**5. Többtagú kifejezések szorzása:** Az egyik kifejezés minden tagját megszorozzuk a másik kifejezés minden tagjával, majd a kapott többtagú kifejezésben az egyneműeket összevonjuk. Pl.: $\left(2x+3\right)\left(3x-2\right)=6x^{2}+9x-4x-6=6x^{2}+5x-6$

**Egyenlet:** ha két algebrai kifejezést egyenlőségjellel kapcsolunk össze, akkor egyenletet kapunk.

Ha két algebrai kifejezést relációs jelekkel kapcsolunk össze (<; >; ≤; ≥), akkor **egyenlőtlenséget** kapunk.

Egyenletet, egyenlőtlenséget megoldani annyit jelen, hogy megkeressük az alaphalmaz azon elemeit, amelyeket behelyettesítve az egyenletbe, egyenlőtlenségbe igaz kifejezést kapunk.

Az egyenlet megoldásai alkotják az **egyenlet igazsághalmazát**.

**Azonosságnak** (azonos egyenlőtlenségnek) nevezzük az olyan egyenletet (egyenlőtlenséget), amelynek igazsághalmaza az alaphalmaz.

**Ellentmondáshoz** jutunk, ha az egyenletnek nincs megoldása, azaz az igazsághalmaza üres halmaz.

**Megoldás mérlegelv segítségével:**

Az egyenlet igazsághalmaza nem változik meg, ha

- Az egyenlet mindkét oldalán azonos átalakításokat végzünk (Pl.: zárójel felbontás, kiemelés, összevonás, közös nevezőre hozás)

- Mindkét oldalához ugyanazt a számot, kifejezést hozzáadjuk, vagy kivonjuk

- 0-tól különbözı számmal mindkét oldalt szorozzuk, vagy osztjuk

Az **egyenlőtlenségben a relációs jel iránya megváltozik**, ha az egyenlőtlenség mindkét oldalát osztjuk, vagy szorozzuk egy negatív számmal.

**Egyenlet megoldása grafikus úton:**

Az egyenlet, egyenlőtlenség mindkét oldalát egy-egy függvényként ábrázoljuk közös koordináta rendszerben. Az egyenlet megoldása a két grafikon metszéspontjainak x koordinátája. Az egyenlőtlenség megoldásánál megnézzük, hogy melyik grafikon van a másik felett a metszéspontok által meghatározott intervallumokon.